数　　学

(問　題)

2007年度

<H19011121>

注　意　事　項

1. 問題冊子は，試験開始の指示があるまで開かないこと．
2. 問題は4～5ページに記載されている．試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督員に知らせること．
3. 解答はすべてマーク解答用紙の所定欄にＨＢの黒鉛筆またはＨＢのシャープペンシルでマークすること．
4. 氏名をマーク解答用紙の所定欄（１カ所）に記入すること．
5. マークははっきり記入すること．また，訂正する場合は，消しゴムでていねいに，消し残しがないようよく消すこと（砂消しゴムは使用しないこと）．

マークする時	●良い　◎悪い　◐悪い
マークを消す時	○良い　◎悪い　◐悪い

6. **問1**，**問2**，**問3**の $\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$，$\boxed{ウ}$，… にはそれぞれ，0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 のいずれかが当てはまる．マーク解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，… で示された欄にマークして答えること．ただし，$\dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$ のように分数を表現するときは，既約分数（分母と分子が1より大きい公約数を持たないこと）のかたちで答えること．また，$\boxed{サ}\boxed{シ}$ や $\boxed{サ}\boxed{シ}\boxed{ス}$ のように二つ以上のつながりの箇所はそれぞれ二桁の数や三桁の数を表わすものとする．
7. 試験終了の指示がでたら，すぐに解答を止め，筆記具を置くこと．終了の指示に従わず解答を続けた場合は，答案の全てを無効とするので注意すること．
8. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること．
9. いかなる場合でも，解答用紙は必ず提出すること．

問 1. 自然数 $a_k\ (1 \leqq k \leqq 5)$ を要素とする集合

$$A = \{a_1,\ \ a_2,\ \ a_3,\ \ a_4,\ \ a_5\}$$

と ${a_k}^2$ を要素とする集合

$$B = \{{a_1}^2,\ \ {a_2}^2,\ \ {a_3}^2,\ \ {a_4}^2,\ \ {a_5}^2\}$$

がある．ただし $a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5$ とする．このとき共通集合

$$A \cap B = \{a_2,\ \ a_5\},\quad a_2 + a_5 = 20$$

となった．さらに和集合 $A \cup B$ のすべての要素の和が 444 となった．このことから

$$a_1 = \boxed{ア},\quad a_2 = \boxed{イ},\quad a_5 = \boxed{ウ}\boxed{エ}$$

であり

$$a_3 + a_4 + {a_3}^2 + {a_4}^2 = \boxed{オ}\boxed{カ}\boxed{キ}$$

となることがわかる．また，残りの要素

$$a_3 = \boxed{ク},\quad a_4 = \boxed{ケ}\boxed{コ}$$

となる．

問 2. △ABC において，辺 BC, CA, AB の長さを，それぞれ a, b, c で表し，∠A, ∠B, ∠C の大きさを，それぞれ A, B, C で表すことにする．△ABC の外接円の半径を R とするとき，次の問いに答えよ．ただし，次の $\boxed{サ}, \cdots, \boxed{ツ}$ には，選択肢の中の ⓪ ～ ⑨ のうちから正しい番号を選んで入れよ．

(1) 正弦定理により，

$$b\cos B = \boxed{サ}\sin\boxed{シ},\quad c\cos C = \boxed{サ}\sin\boxed{ス}.$$

(2)

$$\begin{aligned} b\cos B + c\cos C &= 2\boxed{サ}\sin\left(\boxed{セ}+\boxed{ソ}\right)\cos\left(\boxed{タ}-\boxed{チ}\right) \\ &= \boxed{ツ}\cos\left(\boxed{タ}-\boxed{チ}\right). \end{aligned}$$

（選択肢）

⓪ a	① b	② c	③ R	④ A
⑤ B	⑥ C	⑦ $2A$	⑧ $2B$	⑨ $2C$

問 3. 座標平面上に点 $(0, 2)$ を中心とする半径 r の円 C と放物線 $Q : y = x^2 + a$ がある．

(1) 円 C と放物線 Q は点 $\mathrm{P}(x_1, y_1)$, $x_1 \neq 0$, で接し，さらにその共通接線は原点を通るとする．このとき

$$y_1 = \frac{\boxed{テ}}{\boxed{ト}}$$

である．また，

$$a = \frac{\boxed{ナ}}{\boxed{ニ}}, \quad r = \boxed{ヌ}$$

である．

(2) 集合 D を $D = \{(x, y) \mid y \leqq y_1\}$ とおく．また円 C の内部を I とする．このとき図形 $D \cap I$ の面積を S_1 とすれば

$$S_1 = \frac{\pi}{\boxed{ネ}} - \frac{\sqrt{\boxed{ノ}}}{\boxed{ハ}}$$

である．

(3) 放物線 Q と円 C の囲む図形を R とする．このとき図形 $D \cap R$ の面積を S_2 とすれば

$$S_2 = \frac{\boxed{ヒ}\sqrt{\boxed{フ}}}{\boxed{ヘ}} - \frac{\pi}{\boxed{ホ}}$$

である．

〔以　下　余　白〕