数　　学

(問　題)

2009年度

〈H21031121〉

注　意　事　項

1. 問題冊子は，試験開始の指示があるまで開かないこと.
2. 問題は４～６ページに記載されている．試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督員に知らせること.
3. 解答はすべてマーク解答用紙の所定欄にＨＢの黒鉛筆またはＨＢのシャープペンシルでマークすること.
4. 氏名をマーク解答用紙の所定欄（１カ所）に記入すること.
5. マークははっきり記入すること．また，訂正する場合は，消しゴムでていねいに，消し残しがないようよく消すこと（砂消しゴムは使用しないこと).

マークする時	●良い　◎悪い　◎悪い
マークを消す時	○良い　◎悪い　◎悪い

6. **問1**，**問2**，**問3**の $\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$，$\boxed{ウ}$，… にはそれぞれ，0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 のいずれかが当てはまる．マーク解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，… で示された欄にマークして答えること．ただし，$\dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$ のように分数を表現するときは，既約分数（分母と分子が1より大きい公約数を持たないこと）のかたちで答えること．また，$\boxed{サ}\boxed{シ}$ や $\boxed{サ}\boxed{3}\boxed{シ}$ のように二つ以上のつながりの箇所はそれぞれ二桁の数や三桁の数を表わすものとする.
7. 根号の中はできるだけ小さい自然数で答えなさい.
8. 試験終了の指示がでたら，すぐに解答を止め，筆記具を置くこと．終了の指示に従わず解答を続けた場合は，答案の全てを無効とするので注意すること.
9. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること.
10. いかなる場合でも，解答用紙は必ず提出すること.

問 1. 座標空間において4点 A$(1,1,2)$，B$(1,0,4)$，C$(0,1,7)$，D$(2,2,5)$ を考える．3点 B，C，D の定める平面に点 A から垂線を下ろし，その垂線の足を H とする．このとき次の問いに答えよ．

(1) $\triangle$BCD の面積は

$$\triangle\mathrm{BCD} = \frac{\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}}{2}$$

である．

(2) $\overrightarrow{\mathrm{BP}} = \alpha\overrightarrow{\mathrm{BC}} + \beta\overrightarrow{\mathrm{BD}}$, $0 \leqq \alpha$, $0 \leqq \beta$, $1 \leqq \alpha + \beta \leqq 2$ で表される点 P が動く領域の面積 S は

$$S = \frac{\boxed{ウ}\boxed{エ}\sqrt{\boxed{オ}}}{2}$$

である．

(3) $\overrightarrow{\mathrm{BH}} = s\overrightarrow{\mathrm{BC}} + t\overrightarrow{\mathrm{BD}}$ を満たす s，t は

$$s = -\frac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}, \quad t = \frac{\boxed{ク}}{\boxed{キ}}$$

である．

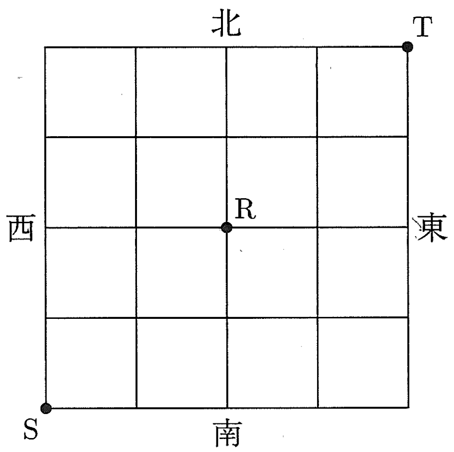
(4) 四面体 ABCD の体積は

$$\frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}$$

である．

問 2.

(1) 右の図のように，東西に等間隔に 5 本，南北に等間隔に 5 本の道がある．東西南北すべての区画の長さは同じで正方形のマス目を作っている．ロボット A は S 地点から T 地点まで最短距離の道を等速で行くようにプログラムされ，ロボット B は T 地点から S 地点まで最短距離の道を等速で行くようにプログラムされている．ロボット A とロボット B は相手の動きに影響を受けないが，ただし同じ地点で会うとこれ以上進むことが出来ない．ロボット A とロボット B の速度は同じである．各地点で最短距離で行くために選べる道が一つ以上ある場合，どの道を選ぶかは同様に確からしい．



(i) ロボット A が S 地点から出発して R 地点を通って T 地点まで行く最短距離の道順は

$$\boxed{サ}\boxed{シ}\text{通り}$$

である．ただし，ロボット B の動きは考えない．

(ii) ロボット B が T 地点から出発して 4 区画進んだとき R 地点にいる確率は

$$\frac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}$$

である．ただし，ロボット A の動きは考えない．

(iii) ロボット A は S 地点から，ロボット B は T 地点から同時に出発して，ロボット A が T 地点に，ロボット B が S 地点に共に到達する確率は

$$\frac{\boxed{ソ}\boxed{タ}}{128}$$

である．

(2) 数直線上に 35 以下の自然数を座標とする点が 35 個並んでいる．同じ点を選ぶことを許して，最初に選んだ数を m とし，2 番目に選んだ数を n とする．

(i) $|m-n| \leqq 3$ である場合の数は

$$\boxed{チ}\boxed{3}\boxed{ツ}\text{通り}$$

である．

(ii) $m+n \geqq 31$ かつ $|m-n| \leqq 3$ である場合の数は

$$\boxed{テ}\boxed{3}\boxed{ト}\text{通り}$$

である．

問 3. 方程式

$$(\sharp) \qquad |x^3 - x| = x + k$$

の実数解について考察する．ただし，k は実数の定数とする．

(1) 方程式 $(\sharp)$ が異なるちょうど3個の実数解を持つような k の値は，

$$k_1 = \boxed{ナ}, \quad または \quad k_2 = \frac{\boxed{ニ}\sqrt{\boxed{ヌ}}}{\boxed{ネ}}$$

である．ただし，$k_1 < k_2$ とする．

(2) $k = k_2$ のとき，$(\sharp)$ の 3 個の実数解は

$$x_1 = -\frac{\sqrt[3]{\boxed{ノ}}\sqrt{\boxed{ハ}}}{\boxed{ヒ}}, \quad x_2 = -\frac{\sqrt{\boxed{フ}}}{\boxed{ヒ}}, \quad x_3 = \frac{\boxed{ヘ}\sqrt{\boxed{ホ}}}{\boxed{ヒ}}$$

である．ただし，$x_1 < x_2 < x_3$ とする．

(3) $k_1 < k < k_2$ のとき，$(\sharp)$ の実数解の個数は $\boxed{マ}$ 個である．

〔以　下　余　白〕