数　学
（問　題）
（2004　早稲田大学国際教養学部）

注 意 事 項

1. この試験では，この問題冊子のほかに，マーク解答用紙を配布する．
2. 問題冊子は試験開始の合図があるまで開かないこと．
3. 問題は問題冊子の第４ページから第５ページに記載されている．
4. マーク解答用紙については，受験番号を確認したうえ所定欄に氏名のみ記入すること．
5. 解答はすべて解答用紙の所定欄にＨＢの黒鉛筆またはＨＢのシャープペンシルで記入すること．
6. **問 1**，**問 2**，**問 3** の $\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$，$\boxed{ウ}$，… にはそれぞれ，0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 のいずれかが当てはまる．マーク解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，… で示された欄にマークして答えること．ただし，$\dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$ のように分数を表現するときは，既約分数（分母と分子が 1 より大きい公約数を持たないこと）のかたちで答えること．また，$\boxed{サ}\boxed{シ}$ のように二つつながりの箇所は二桁の数を表わすものとする．
7. マークははっきり記入すること．また，訂正する場合は，消しゴムでていねいに，消し残しがないようによく消すこと（砂消しゴムは使用しないこと）．

マークする時	●良い　◍悪い　◐悪い
マークを消す時	○良い　◍悪い　◐悪い

8. 問題冊子は持ち帰ること．

問 1. (1) $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ とする．三角方程式

$$\cos 3\theta = -\cos\theta$$

をみたす θ で最大のものは，

$$\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}} \times 180^\circ$$

である．

(2) $\triangle ABC$ において，辺 AB を $1:4$ に内分する点を M，辺 AC を $3:4$ に内分する点を N，線分 BN と線分 CM の交点を T とする．このとき，

$$\overrightarrow{AT} = \frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}\overrightarrow{AB} + \frac{\boxed{オ}}{\boxed{エ}}\overrightarrow{AC}$$

である．また，$AB = \boxed{カ}AC$ のとき，$\angle BAT = \angle CAT$ である．

(3) 実数 t に対して，$[\,t\,]$ は t を越えない最大の整数を表わすとする．正の数 x に対して，

$$m = \left[\log_{10}\frac{\sqrt[3]{x}}{20}\right], \qquad n = \left[\log_{10}\frac{800}{x}\right]$$

とおく．このとき，$3m+n$ のとりうる値は

$$-\boxed{キ} \leqq 3m+n \leqq -\boxed{ク}$$

をみたす整数である．

問 2. 円周上に反時計まわりに点 A, B, C, D をとり，点 P は点 A を出発点として各点を反時計まわりに次の規則により動くものとする．

点 P は，サイコロを投げて，奇数の目が出たら動かず，偶数の目 2, 4, 6 が出たら，それに応じて 1 つ，2 つ，3 つだけ反時計まわりに点を移動する．

このとき次の問に答えよ．

(1) サイコロを 2 回投げたとき，点 P が点 B にいる確率は $\dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}$ である．

(2) サイコロを 3 回投げたとき，点 P が点 B にいる確率を次のように求める．n 回サイコロを投げた結果，点 P が A, B, C, D にいる確率を，それぞれ，a_n, b_n, c_n, d_n とすると，

$$b_{n+1} = \frac{\boxed{サ}}{6}a_n + \frac{\boxed{シ}}{6}b_n + \frac{\boxed{サ}}{6}c_n + \frac{\boxed{サ}}{6}d_n \quad (n \geqq 1)$$

となり，したがって，$b_{n+1} = \dfrac{\boxed{ス}}{6} + \dfrac{\boxed{セ}}{6}b_n$ となる．よって，

$$b_3 = \frac{\boxed{ソ}\boxed{タ}}{6^3}$$

である．

(3) サイコロを 3 回投げたとき，点 P がはじめて点 B に到達する確率は

$$\frac{\boxed{チ}\boxed{ツ}}{6^3}$$

である．

問 3. 実数 m に対して，m の関数

$$f(m) = 3\int_0^2 |x^2 - mx|dx$$

の最小値について考察する．

(1) $m \leqq 0$ のとき，$f(m) = -\boxed{テ}m + \boxed{ト}$ である．よって，この範囲においては，$f(m)$ は $m = 0$ のとき最小値 $\boxed{ト}$ をとる．

(2) $2 \leqq m$ のとき，$f(m)$ は $m = 2$ のとき最小値 $\boxed{ナ}$ をとる．

(3) $0 < m < 2$ のとき，$f(m) = \boxed{ニ}m^3 + \boxed{ヌ}m^2 - \boxed{ネ}m + \boxed{ノ}$ である．

$0 \leqq m \leqq 2$ における $f(m)$ の増減を調べることにより，$f(m)$ は $m = \sqrt{\boxed{ハ}}$ のとき，最小値 $\boxed{ヒ} - \boxed{フ}\sqrt{\boxed{ハ}}$ をとることがわかる．

〔以　下　余　白〕